



ANÁLISE DAS DIFICULDADES APRESENTADAS PELOS ALUNOS DO ENSINO MÉDIO EM TRIGONOMETRIA

DIONIZIO, Fátima Queiroz – UEPG
faqdionizio@hotmail.com

BRANDT, Célia Finck – UEPG
brandt@bighost.com.br

Eixo Temático: Educação Matemática
Agência Financiadora: CAPES

Resumo

A proposta deste trabalho foi o de identificar a natureza das dificuldades apresentadas pelos alunos do ensino médio em Trigonometria, fundamentando-se na teoria dos Registros de Representação Semiótica segundo Raymond Duval (2004, 2009). A falta de compreensão dos conteúdos da Trigonometria, apresentada pelos alunos, pode ser devido a diversos fatores, dentre eles a dificuldade que os estudantes têm de conceitualizar os objetos matemáticos, que se apresentam de forma muito abstrata. O encaminhamento desta pesquisa se deu numa abordagem qualitativa, com a aplicação de uma atividade envolvendo conteúdos específicos da Trigonometria a alunos do 2º ano do Ensino Médio de uma escola pública de Ponta Grossa. A análise foi fundamentada na teoria dos Registros de Representação Semiótica segundo Raymond Duval devido a constatação da dificuldade dos alunos em lidar com diferentes representações de um mesmo objeto, sendo que de acordo com autor, a compreensão da matemática implica a capacidade de mudar de registro de representação e articulá-los naturalmente, considerando que o acesso aos objetos matemáticos passa obrigatoriamente por representações semióticas. Os resultados da pesquisa apontam para a necessidade de um trabalho que possibilite a conceitualização dos objetos matemáticos presentes na Trigonometria. Essa pesquisa também revela a necessidade de uma mudança na maneira como o conteúdo de Trigonometria é apresentado aos alunos em sala de aula, para que haja a superação dos fracassos encontrados.

Palavras-chave: Ensino Médio. Trigonometria. Representações semióticas.

Introdução

Essa pesquisa se justifica devido à grande dificuldade que os alunos do ensino médio apresentam em compreender muitos conteúdos da matemática, especialmente no que se refere a Trigonometria.

Essa falta de compreensão pode ser devida a diversos fatores, dentre eles a dificuldade que os estudantes têm de conceitualizar os objetos matemáticos, que se apresentam de forma muito abstrata. Segundo Duval (2009) os objetos matemáticos só são acessíveis por meio de registros de representações, pois eles não têm existência física.

Em relação aos conteúdos da Trigonometria geralmente os alunos encontram dificuldades na compreensão de conceitos trigonométricos básicos.

Torna-se necessário saber o que faz com que os alunos manifestem essa falta de compreensão e, se o problema está na aprendizagem dos alunos ou na forma como são apresentados os conteúdos a esses alunos.

Com base nessas reflexões, a questão central dessa pesquisa é a: qual a natureza das dificuldades apresentadas pelos alunos na aprendizagem da Trigonometria?

Para buscar respostas para essa pergunta foi realizada uma pesquisa qualitativa, com a aplicação de uma atividade para resolução por alunos do ensino médio (2^o ano), envolvendo conteúdos específicos da Trigonometria, com o objetivo de identificar a natureza das dificuldades apresentadas, fundamentando-se na teoria dos Registros de Representação Semiótica segundo Raymond Duval.

O presente texto foi subdividido em duas partes para apresentação do estudo realizado. Na primeira parte será abordada a teoria dos Registros de Representação Semiótica de Raymond Duval e na segunda parte encontra-se a descrição dos procedimentos metodológicos de coleta e organização dos dados e análise dos resultados encontrados.

A Teoria de Representação Semiótica segundo Raymond Duval

Raymond Duval (2004, 2009) concentra seus estudos na aprendizagem da matemática, segundo os aspectos cognitivos para a compreensão da mesma. Duval (2004, 2009) coloca que no estudo da atividade cognitiva é necessário levar em consideração a importância das representações semióticas presente na matemática, pelos seguintes motivos: em relação às possibilidades de tratamento; pelo fato de que os objetos matemáticos não são diretamente observáveis; igualmente pelo fato de que existe uma grande variedade de representações semióticas possíveis para serem utilizadas.

Esta teoria vem ao encontro desta pesquisa por revelar que as dificuldades em matemática são devido a complexidade do funcionamento cognitivo subjacente à atividade matemática.

Segundo Duval (2004) os sujeitos, em fase de aprendizagem, confundem os objetos matemáticos com suas representações, visto que eles só podem lidar com as representações semióticas para realizar uma atividade sobre os objetos matemáticos e acabam não reconhecendo o mesmo objeto por meio de representações semióticas diferentes.

O autor coloca que é possível que um mesmo objeto matemático possa ser representado por meio de registros de representação muito diferentes, sem perder a referência. Para um aluno pode ser fácil reconhecer o número 2 em $14/7$, e ser difícil em 5^0+1 , apesar de estarem no mesmo sistema semiótico de representação.

A existência de diferentes representações semióticas para um mesmo objeto matemático possibilita a escolha da melhor e mais adequada ao que se pretende trabalhar. Certas vezes, um objeto se apresenta em uma forma de representação que possui um custo cognitivo muito alto para realização de raciocínios e procedimentos de cálculo necessários, logo, a possibilidade de usar outra representação que proporcione tratamentos menos trabalhosos é de extrema importância.

Duval (2009) chama *semiósis*, a apreensão ou produção de uma representação semiótica, e a *noésis* a apreensão conceitual de um objeto.

Com relação à formação de um registro, Duval (2009, p.36) considera que para que um sistema semiótico possa ser um registro de representação, ele deve permitir as três atividades cognitivas fundamentais ligadas a *semiosis*: formação (identificação do objeto matemático representado), tratamento (operação cognitiva que vai compreender uma transformação do registro representação no interior do mesmo sistema semiótico de representação em que foi formado) e conversão (transformação de um dado registro de representação, pertencente a um sistema semiótico em outro registro, pertencente a outro sistema semiótico). Podemos usar como exemplo uma função que pode ser representada discursivamente por uma equação algébrica, por uma descrição em língua natural, ou de forma não discursiva a partir de um gráfico cartesiano.

A operação cognitiva de *formação* de uma representação identificável pode ser estabelecida por meio de um enunciado compreensível numa determinada língua natural. Esta formação deve respeitar regras internas do sistema semiótico de representação usado. Por exemplo, gramaticais para a composição de um texto, posicionais para o algoritmo da multiplicação. A função dessas regras é assegurar as condições de identificação e possibilidade de tratamento. A escrita da numeração decimal possui duas regras de

conformidade básicas que são o sistema posicional e a base dez. Estas regras são necessárias para a construção das operações fundamentais, por meio de algoritmos, no caso da escrita arábica.

Os *tratamentos* são operações que envolvem transformações de registro e que ocorrem sobre o mesmo sistema semiótico de representação. Ou seja, é a transformação dessa representação no próprio registro em que ela foi formada.

Para resolver uma equação por meio de manipulações algébricas é requisitado um conjunto de operações de tratamento e é preciso obedecer a regras de tratamento próprias a cada registro, em que sua natureza e número variam consideravelmente de um registro a outro. Exemplo: $0,25 + 0,25 = 0,5$ (representação decimal, tratamento decimal); $\frac{1}{4} + \frac{1}{4} = \frac{1}{2}$ (representação fracionária, tratamento fracionário).

De acordo com o autor (2009), o tratamento não deve ser o único processo de ensino utilizado, para não caracterizar uma demasiada importância à forma, como se ela fosse responsável pela descrição de uma informação.

O termo *conversão* é utilizado por ele para denotar as transformações de registros de representação semiótica que ocorrem quando há mudança de sistema semiótico de representação em referência ao mesmo objeto matemático. Por exemplo: a escrita algébrica e sua representação gráfica, um enunciado de um problema na língua natural e a sua conversão em uma equação.

A operação cognitiva de conversão é responsável pela manifestação do fenômeno da congruência e não-congruência entre representações pertencentes a dois sistemas semióticos (DUVAL, 2009). Conforme nos alerta o autor, esse fenômeno está na base das dificuldades, de coordenação de registros de representação pertencentes a sistemas semióticos diferentes.

Segundo Duval (2009), para que haja o fenômeno da congruência na mudança de um registro de representação para outro, são necessários três critérios: correspondência semântica entre unidades significantes que constituem os registros de representação; mesma ordem possível de apreensão destas unidades, nos dois registros de representação e; conversão de uma unidade significativa do registro representação de partida a uma só unidade significativa no registro de representação de chegada.

A conversão das representações, de um sistema semiótico a outro, além de compreender uma operação cognitiva, caracteriza uma mudança de forma. Essa

transformação tem que ser privilegiada por ela não ser nem evidente nem espontânea para a maior parte dos alunos e dos estudantes.

Duval coloca que a compreensão da Matemática está intimamente ligada ao fato de dispor de no mínimo dois registros de representação diferentes para um objeto e articulá-los naturalmente. De acordo com o autor, essa é a única possibilidade que se dispõe para não confundir o conteúdo de uma representação do objeto denotado, e para isso, quanto maior o número de registros existentes, maiores são as possibilidades de trocas.

Procedimentos metodológicos de coleta, organização e análise de dados

O encaminhamento deste trabalho se deu numa abordagem qualitativa, com a aplicação de um instrumento de coleta de informações contendo 5 atividades de Trigonometria a 22 alunos de uma turma do 2º ano do Ensino Médio de uma escola pública de Ponta Grossa, que aderiu ao sistema de blocos, em que as disciplinas são trabalhadas semestralmente e, por esse motivo, com um maior número de aulas por semana.

A professora da turma ajudou na elaboração das atividades e disse estar trabalhando trigonometria com os alunos no 2º ano, por não ter dado tempo de trabalhar esse conteúdo com eles no 1º ano.

Na elaboração do instrumento de pesquisa, as atividades foram enumeradas de 1 a 5, sendo abordados os seguintes conteúdos: trigonometria no triângulo retângulo (Atividade 1 e Atividade 2) ; relações entre as unidades para medir arcos (Atividade 3 e Atividade 4) e; determinação de quadrantes (Atividade 5).

Neste artigo serão analisadas as atividades 1 e 2 referentes a trigonometria no triângulo retângulo, as quais serão descritas a seguir:

Quadro 1 – Atividade 1 referente a trigonometria no triângulo retângulo

<p>ATIVIDADE 1</p> <p>1) A rampa de acesso a um estacionamento de automóveis faz um ângulo de 30° com o solo e, ao subi-la, um carro desloca-se horizontalmente 8 m de distância, conforme o desenho.</p> <div style="text-align: center;"> </div> <p>De acordo com os dados responda:</p> <p>a) Qual a altura da rampa, representada por h no desenho?</p> <p>b) Qual o comprimento da rampa inclinada?</p>
--

Esta atividade foi elaborada de acordo com o que aponta o PCNEM ¹, visando as aplicações da Trigonometria na resolução de problemas que envolvem medições.

Observa-se que esta atividade está apresentada na linguagem natural e figural, devendo o aluno fazer a conversão apenas para a linguagem algébrica.

No item b dessa atividade, teríamos três possibilidades de conversão para encontrar a solução da atividade, utilizando: $\cos 30^\circ$, que relacionaria o cateto adjacente com a hipotenusa; $\sin 30^\circ$, relacionando a altura da rampa encontrada no item a (cateto oposto) com a hipotenusa e; *teorema de Pitágoras*, que relacionaria a soma dos quadrados dos catetos com a hipotenusa que se está procurando.

Quadro 2 – Atividade 2

ATIVIDADE 2

2) O ângulo de elevação do pé de uma árvore, ao topo de uma encosta é de 60° e ela está a 50m da base desta encosta. Que medida deve ter um cabo para ligar o pé da árvore ao topo da encosta?

A atividade 2 foi apresentada aos alunos apenas na linguagem natural, esperando-se que eles efetuassem a conversão para a linguagem figural e algébrica. Nesse caso, os alunos deveriam traduzir uma situação dada em determinada linguagem para outra, o que está de acordo com as competências em Representação e Comunicação, apontadas pelo PCN+ ² (Brasil, 2005).

Organização e análise das resoluções das atividades referentes a trigonometria no triângulo retângulo

Os dados referentes aos procedimentos utilizados pelos alunos para realização da atividade 1 foram categorizados como mostra o Quadro 3.

Quadro 3 – Procedimentos dos alunos referente a atividade 1

Procedimento	Item	
	a	b
A – O aluno acertou utilizando a relação trigonométrica	5	4
A1 – O aluno acertou utilizando o teorema de Pitágoras	0	1
B – O aluno não fez	4	8
C – O aluno errou por utilizar relação trigonométrica errada	7	5
C1 – O aluno errou por cometer erros de matemática básica.	3	3
C2 – O aluno errou por tratar os valores numéricos como sendo de mesma natureza (mesma unidades de medida)	3	1

¹ Parâmetros Curriculares Nacionais para o Ensino Médio

² Parâmetros Curriculares nacionais: ensino médio +: Ciências da Natureza e suas tecnologias

De acordo com os procedimentos dos alunos no item *a* da atividade 1, podemos perceber que apenas cinco alunos da turma atribuiu significação correta à razão trigonométrica e, como consequência, efetuou os cálculos necessários para encontrar a altura da rampa. O procedimento do aluno A5, apresentado na Figura 1, ilustra esse fato.

a) Qual a altura da rampa, representada por h no desenho?

$$\begin{aligned} \text{tg } 30^\circ &= \frac{h}{8} \\ \frac{\sqrt{3}}{3} &= \frac{h}{8} \\ 3 \cdot h &= 8 \cdot \sqrt{3} \\ h &= \frac{8\sqrt{3}}{3} \end{aligned}$$

Figura 1 – Procedimento correto do aluno A5

No item *b*, quatro alunos acertaram *utilizando a relação trigonométrica*. Na Figura 2 podemos verificar o procedimento do aluno A9, que fez corretamente a atividade.

b) Qual o comprimento da rampa inclinada?

$$\begin{aligned} \cos 30^\circ &= \frac{8}{x} \\ \frac{\sqrt{3}}{2} &= \frac{8}{x} \\ \sqrt{3}x &= 16 \\ x &= \frac{16}{\sqrt{3}} \\ x &= \frac{16\sqrt{3}}{3} \end{aligned}$$

Figura 2 – A9: Acerto utilizando relação Trigonométrica

Apenas um aluno *utilizou o teorema de Pitágoras para resolver o item b da atividade*, conforme podemos observar na Figura 3.

b) Qual o comprimento da rampa inclinada?

$$\begin{aligned} a^2 &= b^2 + c^2 \\ a^2 &= 8^2 + 4,79^2 & a^2 &= 84,49 \\ a^2 &= 64 + 20,49 & a &= \sqrt{84,49} \\ a^2 &= 84,49 & a &= 9,2 \end{aligned}$$

Figura 3 – A4: Acerto utilizando teorema de Pitágoras

O número de *alunos que não fizeram a atividade* foi de quatro no item *a*, para oito alunos no item *b*. Isso quer dizer que apesar da diversidade de formas de resolução possibilitadas para solucionar o item *b*. O índice de alunos que não souberam resolver a atividade foi bem maior.

É possível que um dos motivos seja a não identificação do que se estava pedindo, pois no item *a*, foi solicitado ao aluno que encontrasse a altura da rampa representada por h no desenho. Já no item *b*, apenas foi solicitado o comprimento da rampa e não foi apontado que lado do triângulo se referia esse comprimento, apesar de ser o único lado que ainda não possuía um valor conhecido.

Sete alunos *erraram por utilizar relação trigonométrica errada*, no item a, e foi essa a situação que teve o maior número se comparado com os outros procedimentos realizados.

Para ilustrar essa situação, apresentamos o procedimento do aluno A1 na Figura 4.

a) Qual a altura da rampa, representada por h no desenho?

$$\cos 30^\circ = \frac{h}{8} \quad \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{h}{8} \quad \left. \begin{array}{l} h = 8\sqrt{3} \\ 8\sqrt{3} = 20 \\ \sqrt{3} = 2,5 \end{array} \right\} \begin{array}{l} h = 4\sqrt{3} \\ h = 4 \cdot 1,7 \\ h = 6,8 \end{array}$$

Figura 4 – A1: Erro na conversão (relação trigonométrica errada)

No item b, temos cinco alunos, que erraram *por utilizar relação trigonométrica errada*. Como exemplo, temos o procedimento do aluno A1 na Figura 5, que ao invés de usar o cateto oposto para encontrar a resposta pelo seno do ângulo, usou o cateto adjacente.

b) Qual o comprimento da rampa inclinada?

$$\cos 30^\circ = \frac{8}{h} = \frac{1}{2} \Rightarrow \frac{8}{h} = \frac{1}{2} \Rightarrow h = 16 \text{ m}$$

Figura 5 – A1: Erro na conversão (relação trigonométrica errada)

Diante disso é possível perceber a dificuldade dos alunos em relacionar a situação apresentada na atividade com a relação trigonométrica que permitiria a solução. O procedimento dos alunos mostra que eles não compreendem qual relação trigonométrica relaciona o cateto oposto e o cateto adjacente do triângulo proposto na atividade. Essa falta de compreensão pode ser explicada pela teoria de Duval, no que se refere à estrutura triádica da significância, como podemos observar na Figura 6.

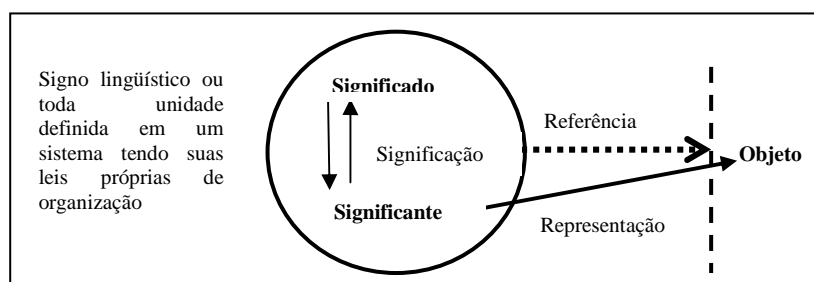


Figura 6: Estrutura triádica e diádica da significância

Fonte: Duval (2009, p.85)

O cosseno é o resultado do quociente entre a medida do cateto adjacente pela hipotenusa, mas o aluno atribui significação diferente à essa palavra considerando ser o

resultado do cateto oposto pelo cateto adjacente. Essa significação tem por referência outro objeto de conhecimento (a tangente de 30°), mas o valor procurado na tabela trigonométrica é relativa ao cosseno de 30° .

Para o aluno essa significação errônea, não lhe permite fazer a conversão do que está apresentado na forma figural para a forma algébrica, para resolver o problema, o que está de acordo com o que Duval (2009, p.63) coloca ao dizer que “a conversão das representações semióticas constitui a atividade cognitiva menos espontânea e mais difícil de adquirir para a maioria dos alunos.” Neste caso a representação das relações presentes na forma figural, podem ser expressas por meio da linguagem algébrica, isto é $h = \text{tg } 30^\circ \cdot 8$. Isso significa que o aluno não reconhece o objeto nos dois registros de representação.

No caso dos *alunos que erraram no tratamento*, isto é, *erros cometidos em matemática básica*, temos três alunos que apresentaram esse tipo de erro, tanto no item a, quanto no item b. Nessa situação os alunos conseguiram fazer a conversão, mas tiveram dificuldade com o tratamento, que pode ser devido a falta de domínio de regras básicas da matemática, que deveriam ser aprendidas no Ensino Fundamental.

Eles demonstram saber qual tipo de relação trigonométrica utilizar, mas se atrapalham com os números e não conseguem chegar a resposta final correta.

a) Qual a altura da rampa, representada por h no desenho?
 $\text{tg } 30^\circ = \frac{h}{8}$ $\text{tg } 53 = \frac{h}{8}$ $\text{tg } 873 h$

Figura 7 – A7: Erro no tratamento

a) Qual a altura da rampa, representada por h no desenho?
 $\text{tg} = \frac{\text{oposto}}{\text{adjacente}}$
 Qual a altura da rampa se: 8 m
 $\frac{\text{tg } 30 = 3}{4}$
 $\frac{\text{tg } 53 = 4}{3}$
 $\frac{24}{3}$

Figura 8 – A20: Erro no tratamento

O tratamento envolve propriedades teoremas e conceitos que não são conhecidos pelos alunos ou estão fragilizados. No caso em questão eles se referem às propriedades válidas para as igualdades (princípio aditivo e multiplicativo).

Três alunos *erraram por confundir as unidades de medida* no item a. Essa confusão é decorrente de significação errada aos valores que correspondem à medidas de ângulo e aos que se referem a medida de comprimentos. Os valores numéricos são utilizados com o mesmo sentido. No caso do aluno A15 é possível perceber que ele, ao trabalhar com triângulo, confundiu medida de ângulo com medida de lado, além de utilizar esse teorema de forma errada (atribuição de significação errada às relações entre as medidas dos lados e dos ângulos), como podemos observar na Figura 9.

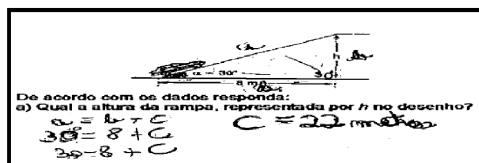


Figura 9 – A15: Erro por confundir as unidades de medida

A significação atribuída a unidades de medida (de ângulos e de comprimento) e o trabalho com grandezas e medidas, foram utilizadas como se fosse a mesma coisa (as grandezas são ambas de naturezas contínuas, mas as unidades de medidas não são de mesma natureza, pois uma permite a medida do comprimento – base decimal – e outra, a medida do ângulo – base sexagesimal)

Os dados referentes às soluções apresentadas pelos alunos da **atividade 2**, foram organizados conforme apontado no Quadro 4.

Quadro 4 – Procedimentos dos alunos referente a atividade 2

A – O aluno acertou	3
B – O aluno não fez	4
C – O aluno errou por não fazer corretamente a conversão para a linguagem figural	12
C1 – O aluno fez corretamente a conversão para a linguagem figural, mas utilizou relação trigonométrica errada ou errou nos cálculos	3

Apenas três alunos fizeram corretamente esta atividade. Um número menor que as atividades anteriores, numa situação bastante semelhante na forma de resolver, mas com a diferença de que o aluno precisava fazer a conversão para a linguagem figural, para então fazer a conversão para a forma algébrica, como é possível observar nas Figuras 10 e 11.

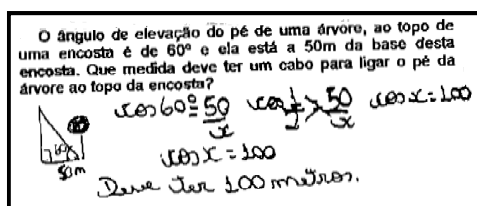


Figura 10 – Procedimento correto do aluno A7

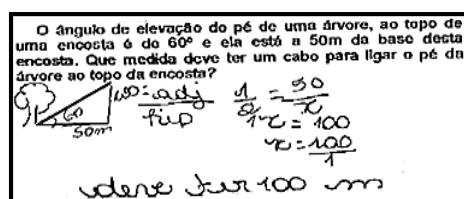


Figura 11 – Procedimento correto do aluno A20

Nessa atividade quatro alunos nem tentaram fazer. E doze alunos *erraram por não fazer corretamente o esquema*, ou seja, mais da metade da turma não conseguiu fazer a conversão da linguagem natural para a figural.

É possível observar nos procedimentos de alguns alunos que eles demonstram entender a utilização das relações trigonométricas, mas que não compreenderam o que estava

sendo pedido na atividade e conseqüentemente não fizeram corretamente a conversão da linguagem natural para a figural, o que iria auxiliá-los na solução. Para ilustrar essa situação, apresentamos na Figura 12 o procedimento do aluno A4.

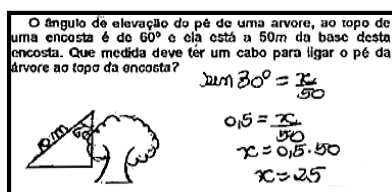


Figura 12 – A4: Erro ao converter para a linguagem figural

A dificuldade de conversão para a linguagem figural pode ser explicada pela não-congruência semântica entre representações pertencentes a dois sistemas semióticos diferentes, o que de acordo com Duval (2009), está na base das dificuldades, de coordenação de registros de representação. De acordo com o autor, para que haja o fenômeno da congruência na mudança de um registro de representação para outro, são necessários três critérios.

Em relação ao primeiro critério: correspondência semântica entre unidades significantes que constituem os registros de representação é possível observar que a atividade o satisfaz, pois a cada unidade significativa simples de uma representação, pode-se associar uma unidade significativa elementar (DUVAL, 2009, p. 68), que no caso da escrita “o ângulo de elevação” corresponde a figura representativa do ângulo. Mas o segundo critério: mesma ordem possível de apreensão destas unidades, nos dois registros de representação, não é satisfeito, pois na linguagem natural o ângulo é a primeira unidade significativa e na linguagem figural não está na mesma ordem. O terceiro critério: conversão de uma unidade significativa do registro representação de partida a uma só unidade significativa no registro de representação de chegada, também não é satisfeito, como podemos perceber na linguagem natural “o ângulo de elevação” que não há diferenciação na representação figural, do que é elevação ou simplesmente ângulo.

Outros alunos, além de não compreenderem o que estava sendo pedido na atividade, demonstraram que não sabem utilizar corretamente as relações trigonométricas, seja por não identificar a mais adequada para solucionar a questão, ou por não usar os valores corretos para os senos cossenos e tangentes dos ângulos, como podemos observar nas Figuras 13 e 14.

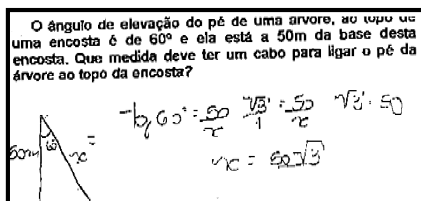


Figura 13 – A6: Erro nas relações Trigonométricas

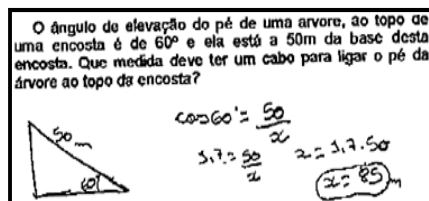


Figura 14 – A13: Erro nas relações Trigonométricas

Três alunos fizeram corretamente a conversão para a linguagem figural, mas utilizaram relação trigonométrica errada ou erraram nos cálculos, ou seja, tiveram dificuldade de fazer a conversão para a linguagem algébrica, como podemos perceber nos procedimentos dos alunos A10 e A16, nas Figuras 15 e 16.

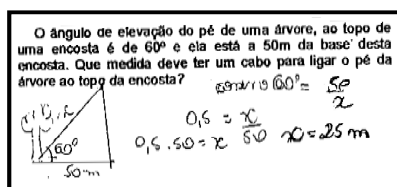


Figura 15 – A10: Erro no tratamento

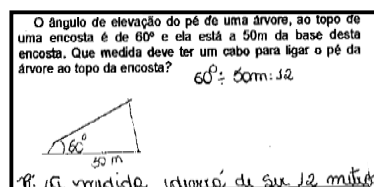


Figura 16 – A16: Erro na conversão para linguagem algébrica

No caso do aluno A10, ele fracassou ao fazer o tratamento. E o aluno A16, que nas outras atividades entrou na classificação de erro não identificado, continuou repetindo o mesmo procedimento para a solução, relacionando o ângulo com a medida do lado conhecido do triângulo, embora tenha feito corretamente a conversão da linguagem natural para a figural.

Considerações Finais

Analisando os procedimentos dos alunos, foi possível observar a dificuldade que os alunos têm de compreender e conceitualizar os objetos matemáticos em trigonometria, ao utilizarem diferentes representações de um objeto matemático, como se essas representações não se referissem a esse mesmo objeto.

Alguns erros demonstram que o trabalho com os diferentes tipos de representação não é suficiente para a compreensão do objeto matemático, é preciso a constante articulação entre eles. De acordo com Duval (2009), mais importante que a representação são as transformações de representação, sendo necessário considerar o fato de que é como se toda “a compreensão que a grande maioria dos estudantes tivesse de um conteúdo ficasse limitada à forma de representação utilizada” (p.34).

Com base no que o autor coloca a respeito da compreensão dos conteúdos, podemos observar essa “limitação à forma” nos procedimentos dos alunos, pois em alguns procedimentos, eles demonstram não fazer relação da representação com o objeto matemático ao qual se refere essa representação.

Diante disso, Duval (2009) afirma que a coordenação de diferentes registros de representação é uma condição necessária para a compreensão e para que o aluno não confunda o objeto com sua representação.

Outra situação importante de ser observada, se refere à atividade 2 em que o aluno deveria fazer a conversão da linguagem natural para a linguagem figural, para então converter a linguagem algébrica para encontrar a solução. Nessa atividade foi possível perceber o quanto os alunos têm dificuldade em fazer corretamente a conversão para a linguagem figural em virtude da não congruência semântica. Essa questão permite uma reflexão sobre formas de minimizar as dificuldades oriundas da não congruência semântica e de seu custo cognitivo que influencia no sucesso ou no fracasso do aluno em muitas situações matemáticas.

Atingimos o objetivo de nossa pesquisa ao constatarmos que a natureza das dificuldades dos alunos do Ensino Médio em trigonometria, está na falta de conceitualização dos objetos matemáticos, pois os alunos não fazem relação da forma de representação com o objeto matemático que está sendo representado.

Essa pesquisa revela a necessidade de uma mudança na maneira como o conteúdo de Trigonometria é apresentado aos alunos em sala de aula, para que haja a superação dos fracassos encontrados.

Propomos que o trabalho com a Trigonometria em sala de aula explore os objetos matemáticos por meio de diferentes registros de representação, valorizando a operação cognitiva de conversão e, assim como aponta os PCN's, faça relação com situações da realidade, para ampliar as formas de representação dos objetos matemáticos, mas que essa relação não seja meramente expositiva e sim articulada constantemente entre as diferentes formas de representação, para que o aluno tenha condições de conceitualizar esses objetos e não mais ficar presos a determinada forma de representação.

REFERÊNCIAS

BOYER, C. B. **História da Matemática**. 2. ed. São Paulo: Edgard Blucher, 1996.

BRASIL. Ministério da Educação e Cultura. Parâmetros Curriculares Nacionais para o ensino médio: Matemática. Brasília: MEC, 1999.

_____. Secretaria de Educação Média e Tecnológica. **Parâmetros Curriculares nacionais: ensino médio +: Ciências da Natureza e suas tecnologias** / Ministério da educação, Secretaria de Educação Média e Tecnológica. – Brasília: MEC, SEMTEC, 2005. Disponível em: <<http://portal.mec.gov.br/seb/arquivos/pdf/CienciasNatureza.pdf>>. Acesso em: 20 nov 2010.

DUVAL, R. **Semiosis y pensamiento humano: registros semióticos y aprendizajes intelectuales**. Santiago de Cali: Peter Lang, 2004.

_____. **Semiósis e pensamento humano: Registros semióticos e aprendizagens intelectuais (FascículoI)**. Tradução de Lênio Fernandes Levy e Marisa Rosâni Abreu da Silveira. São Paulo: Livraria da Física, 2009.

LINDEGGER, Luiz R. de M. **Construindo os conceitos básicos da trigonometria no triângulo retângulo: uma proposta da manipulação de modelos**. 2000. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) – PUC São Paulo. Disponível em:<http://200.189.113.123/diaadia/diadia/arquivos/File/conteudo/artigos_teses/MATEMATICA/Dissertacao_Lindegger.pdf>. Acesso em: 12 ago 2010.

SILVA, Lenir Morgado da. **Estratégias de Utilização de Registros de Representação Semiótica na Resolução de Problemas Matemáticos**. Dissertação (Mestrado) – UNICAMP – Faculdade de Educação, Campinas, 2007. Disponível em: <<http://libdigi.unicamp.br/document/?code=vtls000441901>>. Acesso em: 28 fev 2010.

SILVA, S. A. da. **Trigonometria no Triângulo Retângulo: construindo uma aprendizagem significativa**. 2005. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) – PUC São Paulo.